



უსასრულო სიღრმის პოტენციალური ორმო

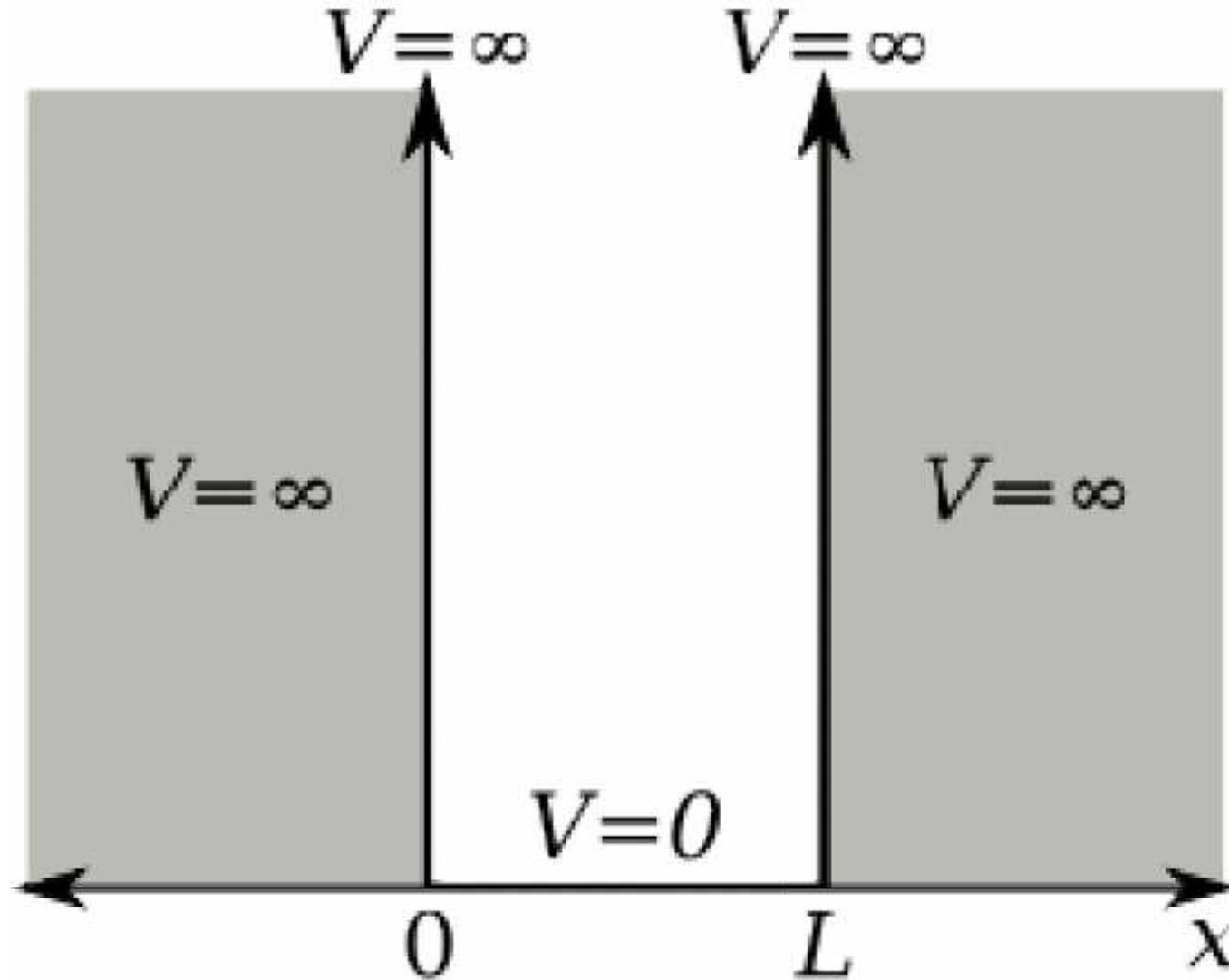
ივანე ჯავახიშვილის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი

სიღნაღი

2016

ენა ზაქარეიშვილი
ამ ალბეციონი
ლიუსარევა
ე გამსახურდაშვილი

- უსასრულო სიღრმის ცენტრალური სიმეტრიის პოტენციალური ორმოს ამოცანა



• ტალღური ფუნქცია $\Psi(r, \theta, \phi) = R_l(r) Y_{lm}(\theta, \phi)$

• რადიალური ფუნქცია განისაზღვრება:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial R_l}{\partial r} \right) + \frac{2m}{\hbar^2} \left[E - V(r) - \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mr^2} \right] R_l(r) = 0 \quad R_l(r_0) = 0$$

• საჭიროა ამოიხსნას განტოლება:

$$\frac{\partial^2 R_l}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial R_l}{\partial r} + \left[k^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} \right] R_l(r) = 0 \quad k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$$

- დაიყვანება ბესელის სფერულ განტოლებაზე:

$$r^2 \frac{\partial^2 R_l}{\partial r^2} + 2r \frac{\partial R_l}{\partial r} + [k^2 r^2 - l(l+1)] R_l(r) = 0$$

- სათავეში სასრული ამონახსნი სფერული ფუნქციაა

$$R_l(r) = C_l j_l(kr)$$

- საკუთარი მნიშვნელობები:

$$j_l(kr) = 0$$

- ბესელის სფერული ფუნქცია:

$$j_\ell(\rho) = (-\rho)^\ell \left(\frac{1}{\rho} \frac{d}{d\rho} \right)^\ell \frac{\sin \rho}{\rho}$$

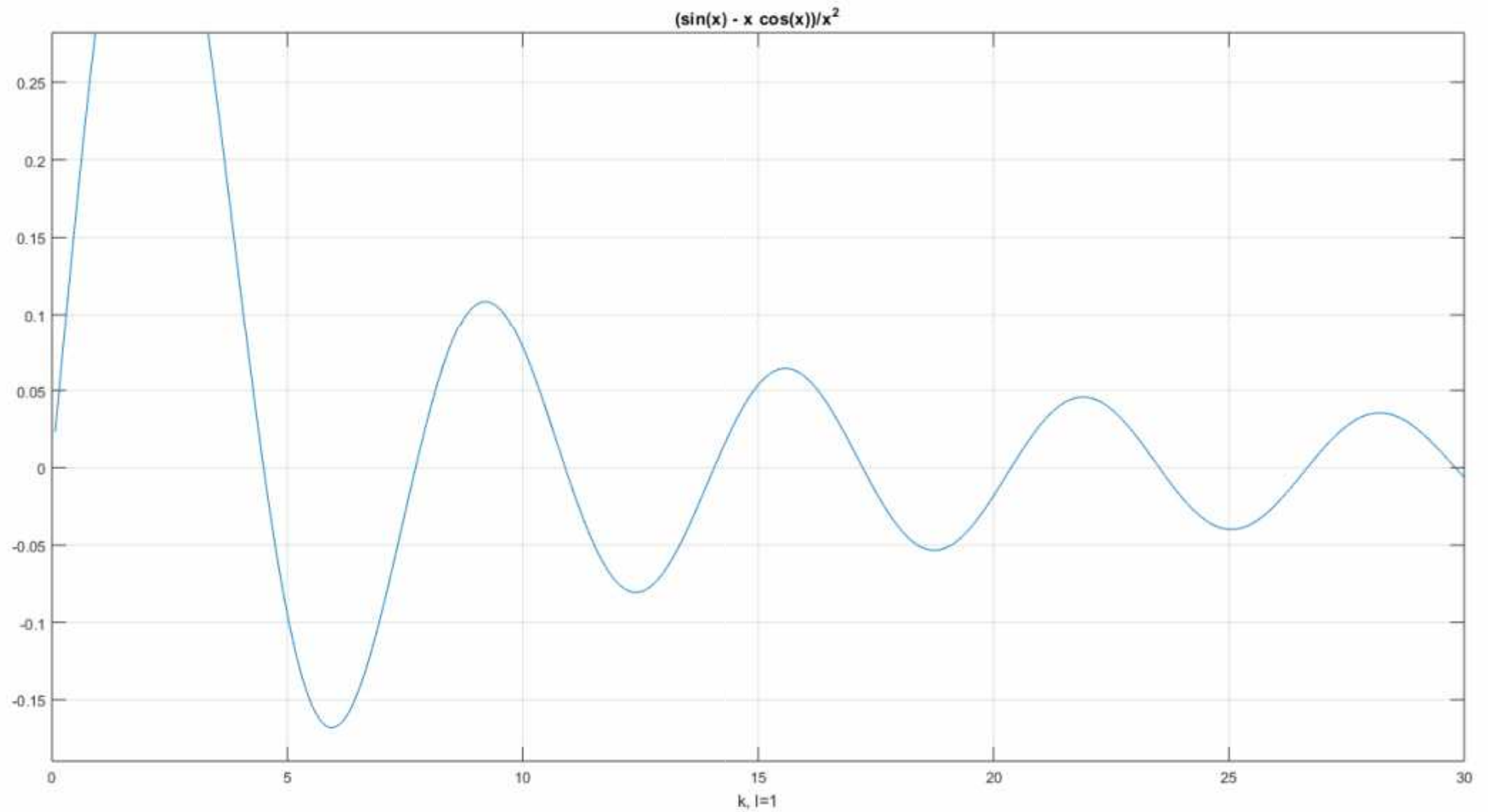
$$j_0(x) = \frac{\sin(x)}{x} = 0 \quad (1)$$

$$j_1(x) = \frac{\sin(x) - x\cos(x)}{x^2} = 0 \quad (2)$$

$$j_2(x) = \frac{(3 - x^2)\sin(x) - 3x\cos(x)}{x^3} = 0 \quad (3)$$

$$j_3 = \frac{15\sin(x) + x^3\cos(x) - 6x^2\sin(x) - 15x\cos(x)}{x^4} = 0 \quad (4)$$

$$j_1(x) = \frac{\sin(x) - x\cos(x)}{x^2} = 0$$



ენების თანმიმდევრობა უსასრულო სიღრმის სფერულ ორმოში

$l=0$	$l=1$	$l=2$	$l=3$	$l=4$	$l=5$	$l=6$
1s - 3.1416						
	1p - 4.4934					
		1d - 5.7635				
2s - 6.2832						
			1f - 6.9879			
	2p - 7.7253					
				1g - 8.1826		
		2d - 9.095				
					1h - 9.3558	
3s - 9.4248						
			2f - 10.4171			

$$R_l(r) = C_l j_l(kr)$$

ფუნქციის ნორმირება:

$$C_l^2 \int_0^{r_0} j_l^2(kr) r^2 dr = 1 \quad (1)$$

ცნობილი ფორმულა:

$$\int_0^x j_l^2(ax) x^2 dx = \frac{x^3}{2} [j_l^2(ax) - j_{l-1}(ax) j_{l+1}(ax)] \quad (2)$$

მივიღებთ:

$$-C_j^2 \frac{r_0^3}{2} j_{l-1}(kr_0) j_{l+1}(kr_0) = 1 \quad (3)$$

$$C_j^2 = \frac{2}{r_0^3 j_{l-1}(kr_0) j_{l+1}(kr_0)} \quad (4)$$

უსასრულო სიღრმის პოტენციალური ორმოხათვის ტალღური ფუნქცია:

$$\psi_{nlm}(r, \theta, \varphi) = \left[\frac{-2}{r_0^3 j_{l-1}(kr_0) j_{l+1}(kr_0)} \right]^{1/2} j_l(kr) Y_{lm}(\theta, \varphi) \quad (5)$$

როცა $l=0$

$$\psi_{100}(r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi r_0}} \frac{\sin kr}{r} \quad (6)$$

მადლობთ ყურადღებისთვის